$$Ra^{1/2}.\frac{D\theta}{D\tau} = \nabla^2\theta + \frac{g.\beta.H}{C_p}.\left[\begin{array}{c} 2.\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \\ \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ + 2.\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 \end{array}\right]$$

Figure 1 : Equation de la chaleur, adimensionnée et en 2D, thermodynamiquement cohérente pour un fluide newtonien incompressible aux propriétés thermophysiques constantes (Note : pour un fluide incompressible, on a $C_p \equiv C_v$, et il n'y a pas d'effet Joule-Thomson).

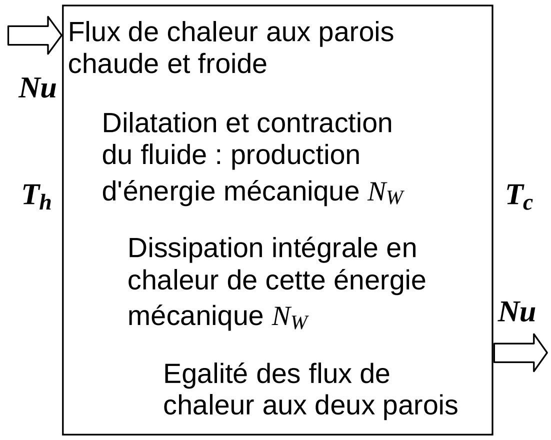

Figure 2 : Analyse premier principe de l'état stationnaire d'une cavité différentiellement chauffée.

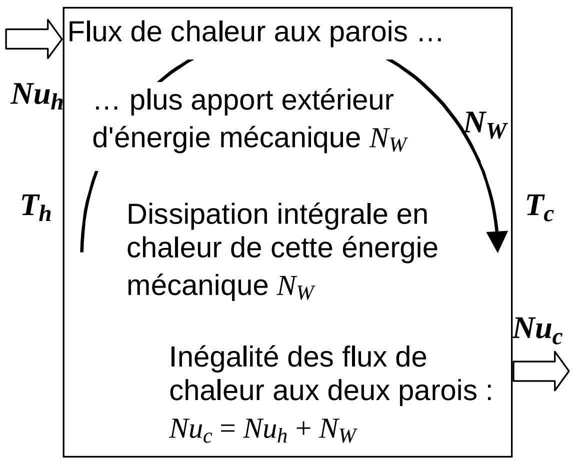

Figure 3 : Analyse premier principe de l'état stationnaire d'une cavité différentiellement chauffée modélisée avec l'approximation de Boussinesq.

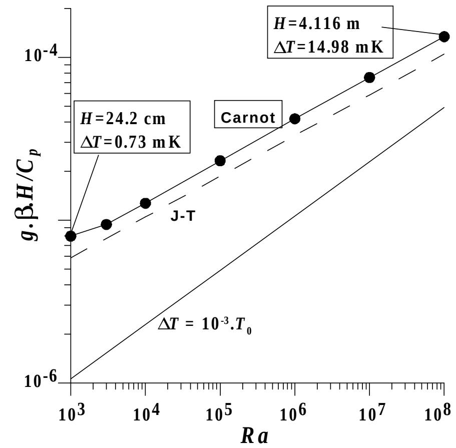

Figure 4 : Limite thermodynamique à la validité de l'approximation de Boussinesq pour l'air dans une cavité 2D carrée (courbe Carnot •) ; dimensions et écarts de température correspondants. La pente de la droite discontinue J-T est en $Ra^{1/4}$. La droite continue correspond à ΔT petit ($\Delta T=10^{-3}.T_0$, où T_0 est la température moyenne du fluide en Kelvin).

Cas …	Nu_h	Nu_c - Nu_h	N_W	$N_{\Sigma cond}$	$N_{\Sigma cond} + N_{\Sigma visc}$	$N_{\Sigma sources}$
sans terme source	8,84066	0	0,000144	8,8407	17,6431	8,8407
avec terme source	8,84059	0,000144	0,000144	8,8407	17,6431	17,6431

Tableau 1 : Bilans premier et second principes obtenus pour $Ra = 10^6$, d'abord sans prendre en compte dans l'équation de la chaleur le terme source dû à la dissipation visqueuse (cas *sans*), puis en le prenant en compte (cas *avec*). Dans le premier cas, les flux aux deux parois sont bien égaux, dans le second cas, on trouve bien : $N_W = Nu_c - Nu_h$. En ce qui concerne le second principe, ce n'est que dans le second cas que l'on obtient un bilan fermé, c.a.d. avec une irréversibilité globale calculée par les bilans aux sources de chaleur ($N_{\Sigma sources}$) égale à la somme des irréversibilités conductives et visqueuses ($N_{\Sigma cond} + N_{\Sigma visc}$).